

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu hỏi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu trả lời	D	C	B	A	C	B	D	C	A	B

Bài 1. (1,5 điểm)

(a) Cho $M = \frac{3\sqrt{x}-3}{4} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)$; $N = 1 - \frac{\sqrt{x}}{x-2}$ với $x \geq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 2$.

Tìm x biết $M \cdot N = 6$.

(b) $\triangle ABC$ có AD là đường phân giác của \widehat{BAC} ($D \in BC$). Biết $AC = AB + BD$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Lấy điểm E trên đoạn thẳng AC sao cho $AE = AB$. Đặt $\widehat{BAD} = x^\circ$ và $\widehat{ACB} = y^\circ$. Tìm x, y .

(a) Ta có: $M = \frac{3\sqrt{x}-3}{4} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right)$
 $= \frac{3(\sqrt{x}-1)}{4} \cdot \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ 0,25đ

Ta có: $N = 1 - \frac{\sqrt{x}}{x-2} = \frac{x-\sqrt{x}-2}{x-2} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{x-2}$

Ta có: $M \cdot N = 6$

$\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{x-2} = 6$

$\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x-2} = 6$

$\Leftrightarrow x + 2\sqrt{x} - 4 = 0$ 0,25đ

$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = -1 + \sqrt{5} \\ \sqrt{x} = -1 - \sqrt{5} \quad (\text{vô lý}) \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = 6 - 2\sqrt{5}$ 0,25đ

Vậy $x = 6 - 2\sqrt{5}$ thì $M \cdot N = 6$.

(b) Ta có: $\widehat{BAC} + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180^\circ \Rightarrow 2x + y = 120$ (1) 0,25đ

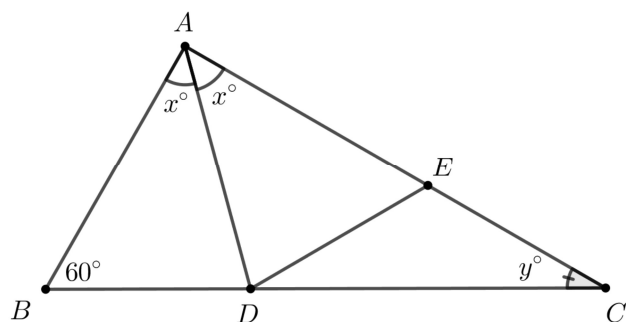
Ta có: $\widehat{ADB} = \widehat{DAC} + \widehat{ACD} = x^\circ + y^\circ$

$\triangle ABD = \triangle AED$ (c.g.c) $\Rightarrow BD = DE$ và $\widehat{BDA} = \widehat{EDA} = x^\circ + y^\circ$ 0,25đ

Tam giác DEC cân tại E suy ra $\widehat{EDC} = \widehat{ECD} = y^\circ$

Ta có: $\widehat{BDA} + \widehat{EDA} + \widehat{EDC} = 180^\circ \Rightarrow 2x + 3y = 180$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = 45$ và $y = 30$. 0,25đ



Bài 2. (2 điểm)

(a) Giải phương trình: $(-2x^2 + 3x + 5) \cdot (\sqrt{1 - 2x} - \sqrt{x + 4} + 1) = 0$.

(b) Trong một ngày hội của trường, các lớp được yêu cầu tổ chức một gian hàng ẩm thực trong hai ngày. Lớp 10T dự định sẽ bán xiên thịt nướng, chi phí bỏ ra cho một xiên thịt nướng là 10 000 đồng và số lượng xiên nướng chuẩn bị cho hai ngày là như nhau. Ngày thứ nhất, lớp bán hết số thịt đã chuẩn bị và lời 1 000 000 đồng. Sang ngày thứ hai, lớp tăng giá bán lên 20% và bán được $\frac{3}{4}$ số xiên thịt; với số xiên thịt còn lại lớp quyết định giảm về giá ban đầu, tuy nhiên khi còn 30 xiên thịt cuối lớp không bán mà để cho các bạn trong lớp tham gia bán hàng ăn. Biết số tiền lời ngày thứ hai bằng ngày thứ nhất, hỏi giá bán một xiên thịt ban đầu là bao nhiêu?

(a) $(-2x^2 + 3x + 5) \cdot (\sqrt{1 - 2x} - \sqrt{x + 4} + 1) = 0$ (1)

ĐKXD: $-4 \leq x \leq \frac{1}{2}$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2 + 3x + 5 = 0 & (2) \\ \sqrt{1 - 2x} - \sqrt{x + 4} + 1 = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow -(2x - 5)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} & (\text{loại}) \\ x = -1 & (\text{nhận}) \end{cases}$$

0,5đ

$$(3) \Leftrightarrow \sqrt{x + 4} = \sqrt{1 - 2x} + 1$$

$$\Leftrightarrow x + 4 = 1 - 2x + 1 + 2\sqrt{1 - 2x}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{1 - 2x} = 3x + 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 \geq 0 \\ 4(1 - 2x) = (3x + 2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ 9x^2 + 20x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\frac{20}{9} \end{array} \right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy } S = \{-1; 0\}$$

0,5đ

(b) Gọi x là số xiên thịt mỗi ngày chuẩn bị ($x > 0$)

y (đồng) là giá bán một xiên thịt ban đầu ($y > 10\,000$)

Ngày thứ nhất bán hết thịt, lời 1 000 000 đồng ta có:

$$xy - 10\,000x = 1\,000\,000 \quad (1)$$

0,25đ

Số tiền thu được khi bán xong ngày thứ 2 là:

$$\frac{3}{4}x \cdot 120\%y + \left(\frac{1}{4}x - 30\right)y = \frac{23}{20}xy - 30y$$

Ngày thứ hai lớp lời 1 000 000, ta có:

$$\frac{23}{20}xy - 30y - 10\,000x = 1\,000\,000 \quad (2)$$

0,25đ

Lấy (1) nhân $\frac{23}{20}$ trừ (2), ta được: $30y - 1\,500x = 150\,000 \Rightarrow y = 5\,000 + 50x$ 0,25đ

Thay $y = 5\,000 + 50x$ vào (1), ta được:

$$50x^2 - 5\,000x - 1\,000\,000 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 200 & \text{(nhận)} \\ x = -100 & \text{(loại)} \end{cases} \quad 0,25đ$$

Vậy ban đầu lớp bán với giá $5\,000 + 50 \cdot 200 = 15\,000$ đồng.

Bài 3. (1,5 điểm) Cho phương trình: $\frac{-3x^2 - 2mx + 1 - m}{x - 1} = 0 \quad (1)$

(a) Phương trình (1) nhận $x = \frac{1}{3}$ là nghiệm. Tìm nghiệm còn lại của phương trình.

(b) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa:

$$3x_1 + 6x_2 - 3x_1x_2 = m + 2.$$

(a) ĐKXD: $x \neq 1$

$x = \frac{1}{3}$ là nghiệm của phương trình (1), ta có:

$$\frac{-3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2m \cdot \frac{1}{3} + 1 - m}{\frac{1}{3} - 1} = 0 \Rightarrow m = \frac{2}{5}$$

0,25đ

Với $m = \frac{2}{5}$ phương trình (1) trở thành: $-3x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{3}{5} \end{cases}$ (nhận)

Vậy nghiệm còn lại là $x = -\frac{3}{5}$. 0,25đ

(b) ĐKXD: $x \neq 1$

(1) $\Leftrightarrow -3x^2 - 2mx + 1 - m = 0$ (2)

(1) có hai nghiệm phân biệt \Leftrightarrow (2) có hai nghiệm phân biệt, khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ -3 \cdot 1^2 - 2m \cdot 1 + 1 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m - 3)^2 + 3 > 0 \\ m \neq -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \neq -\frac{2}{3} \quad \text{0,25đ}$$

(Học sinh chỉ cần viết đúng hệ điều kiện không cần giải)

Áp dụng định lý Viète, ta có: $x_1 + x_2 = \frac{-2m}{3}$ (3), $x_1x_2 = \frac{m-1}{3}$ (4)

Ta có: $3x_1 + 6x_2 - 3x_1x_2 = m + 2$

$\Leftrightarrow 3(x_1 + x_2) + 3x_2 - 3x_1x_2 = m + 2$

$\Leftrightarrow 3 \cdot \frac{-2m}{3} + 3x_2 - 3 \cdot \frac{m-1}{3} = m + 2$

$\Leftrightarrow x_2 = \frac{4m+1}{3}$ 0,25đ

Thay $x_2 = \frac{4m+1}{3}$ vào (3), ta được: $x_1 = \frac{-6m-1}{3}$ 0,25đ

Thay $x_1 = \frac{-6m-1}{3}$ và $x_2 = \frac{4m+1}{3}$ vào (4), ta được:

$\frac{-6m-1}{3} \cdot \frac{4m+1}{3} = \frac{m-1}{3}$

$\Leftrightarrow -24m^2 - 13m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{8} & \text{(nhận)} \\ m = -\frac{2}{3} & \text{(loại)} \end{cases}$ 0,25đ

Vậy $m = \frac{1}{8}$

Bài 4. (3 điểm) Cho $\triangle ABC$ cân tại A nội tiếp đường tròn tâm O có $\widehat{BAC} = 30^\circ$ và $BC = a$.

- (a) Chứng minh tam giác OBC đều, tính diện tích tam giác OBC .
- (b) Gọi M là trung điểm của OB , CM cắt (O) tại K khác C . OB cắt AC tại D . Chứng minh tứ giác $OCBK$ là hình thoi và tính \widehat{ADK} .
- (c) Trên đoạn DC lấy điểm E sao cho $AD = DE$. Chứng minh $AK \perp OE$ và AC tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác OEB .

(a)

- Ta có: $\widehat{BOC} = 2\widehat{BAC} = 60^\circ$
 $\triangle OBC$ cân tại O có $\widehat{BOC} = 60^\circ \Rightarrow \triangle OBC$ đều. 0,5đ

- Kẻ đường cao OF của tam giác OBC

$$\triangle OBF \text{ vuông tại } F \text{ có: } OF = OB \cdot \sin OBF = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Diện tích tam giác } OBC \text{ là: } \frac{1}{2} \cdot OF \cdot BC = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad \text{0,5đ}$$

(b)

- $\triangle OBC$ đều có M là trung điểm $OB \Rightarrow CM \perp OB$

Ta có: $OM \perp CK \Rightarrow M$ là trung điểm CK

Tứ giác $OCBK$ có: OB và CK cắt nhau tại trung điểm M ; $OB \perp CK$ tại M
 $\Rightarrow OCBK$ là hình thoi. 0,5đ

- $\triangle ABC$ cân tại A có $\widehat{BAC} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 75^\circ$

$$\text{Ta có: } \widehat{BCM} = \widehat{OCM} = \frac{\widehat{OCB}}{2} = 30^\circ$$

$$\text{Suy ra } \widehat{MCD} = \widehat{BCD} - \widehat{BCM} = 45^\circ$$

Ta có: DM là đường trung trực của đoạn thẳng CK

$$\Rightarrow DC = DK \Rightarrow \triangle DCK \text{ cân tại } D$$

$$\text{Mà } \widehat{DCK} = 45^\circ \Rightarrow \triangle DKC \text{ vuông cân tại } D$$

$$\Rightarrow \widehat{KDC} = 90^\circ \text{ nên } \widehat{ADK} = 90^\circ \quad \text{0,5đ}$$

(c)

- Ta có: $\widehat{KAB} = \widehat{KCB} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{KAC} = \widehat{KAB} + \widehat{BAC} = 60^\circ$

$\triangle AKE$ có: $KD \perp AE$ tại trung điểm D

$$\Rightarrow \triangle AKE \text{ cân tại } K \text{ mà } \widehat{KAE} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AKE \text{ đều nên } EA = EK = AK$$

Ta có: $OA = OK$ và $EA = EK$

$$\Rightarrow OE \text{ là đường trung trực của } AK \Rightarrow OE \perp AK \quad \text{0,5đ}$$

- Đường trung trực của đoạn OE cắt CM tại I

$\Rightarrow I$ là giao điểm của hai đường trung trực của OE và OB

$\Rightarrow I$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OBE

$$\text{Ta có: } \widehat{OED} = \widehat{OEK} = \frac{\widehat{KEA}}{2} = 30^\circ \text{ và } \widehat{ECO} = \widehat{ACB} - \widehat{OCB} = 15^\circ$$

$$\text{Mà } \widehat{OED} = \widehat{ECO} + \widehat{EOC} \Rightarrow \widehat{EOC} = \widehat{OED} - \widehat{ECO} = 15^\circ$$

Do đó $\triangle EOC$ cân tại E nên $OE = EC$

$$\triangle OBE = \triangle CBE \text{ (c.c.c) suy ra } \widehat{OBE} = \widehat{CBE} = \frac{\widehat{OBC}}{2} = 30^\circ$$

$$\text{Ta có: } \widehat{OIE} = 2\widehat{OBE} = 60^\circ \Rightarrow \triangle OIE \text{ đều}$$

$$\Rightarrow OE = IE \Rightarrow IE = EC \text{ mà } \widehat{ECI} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle EIC \text{ vuông cân tại } E \Rightarrow IE \perp EC$$

Do đó AC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác OEB 0,5đ

