

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán

Ngày thi: 07 tháng 6 năm 2024

(Đề thi gồm 02 trang)

Thời gian làm bài: 120 phút (Không tính thời gian phát đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Cho parabol $(P) : y = -x^2$ và đường thẳng $(d) : y = -3x + 2$.

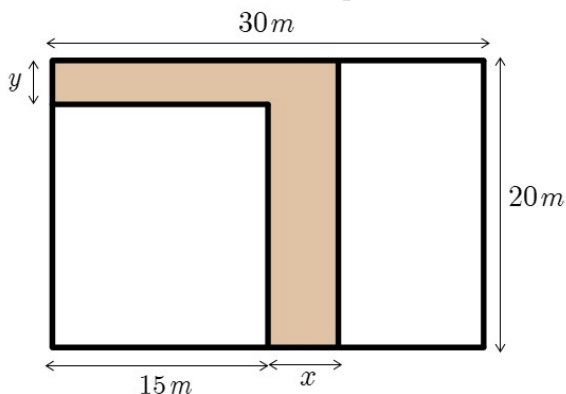
- a) Vẽ (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 2. (1,0 điểm) Cho phương trình $3x^2 - 4x - 2 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1x_2^2 + x_2(x_1^2 + 2) + 2x_1$.

Bài 3. (0,75 điểm) Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài là $30m$ và chiều rộng là $20m$.

Bác Năm làm một lối đi cho khu vườn như hình vẽ (phần tô đậm).



- a) Hãy viết biểu thức (thu gọn) theo x và y biểu thị diện tích phần còn lại của khu vườn.
b) Tính diện tích phần còn lại của khu vườn khi $x = 2,4m$ và $y = 1,8m$.

Bài 4. (0,75 điểm) Một cửa hàng xe máy điện cung cấp gói thuê pin theo tháng cho khách hàng dưới hai hình thức như sau:

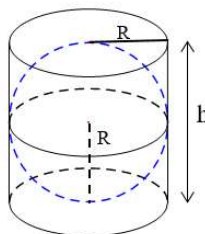
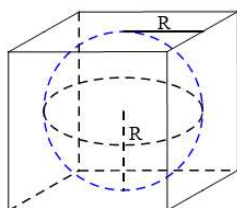
- Gói linh hoạt: mức giá là 189 000 đồng/tháng, cho phép xe di chuyển tối đa $400km$.

Nếu vượt số kí-lô-mét này, người dùng sẽ trả thêm 374 đồng cho mỗi kí-lô-mét vượt.

- Gói cố định: mức giá là 350 000 đồng/tháng, không giới hạn số kí-lô-mét di chuyển.

Trung bình mỗi tháng anh Tâm di chuyển $800km$ bằng xe máy điện. Hỏi anh Tâm nên thuê pin theo hình thức nào thì tiết kiệm hơn? Và tiết kiệm được bao nhiêu tiền mỗi tháng?

Bài 5. (1,0 điểm) Anh Huy là một nghệ nhân và anh đang thiết kế một mô hình Trái đất dạng hình cầu có thể tích $4,2 dm^3$.



- a) Tìm bán kính của mô hình Trái đất mà anh Huy thiết kế (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).
- b) Anh Huy dự định làm một cái hộp bằng giấy (bao gồm cả nắp hộp) để đựng mô hình Trái đất (như hình vẽ trên). Anh đang phân vân nên làm hộp hình lập phương hay hộp hình trụ thì tốn ít giấy hơn. Hãy cho biết anh Huy nên chọn phương án nào? Biết các mặt hộp đều tiếp xúc với mô hình Trái đất và lượng giấy phát sinh là không đáng kể.

Cho biết công thức thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ với R là bán kính khối cầu. Diện tích toàn

phần hình trụ là $S = 2\pi Rh + 2\pi R^2$ với R là bán kính đáy hình trụ, h là chiều cao hình trụ.

Bài 6. (1,0 điểm) Lúc 7 giờ sáng một xe máy xuất phát từ Thành phố Hồ Chí Minh đi về hướng Biên Hòa với tốc độ trung bình 40 km/giờ. Sau đó 15 phút, một ô tô xuất phát từ Biên Hòa đi về hướng Thành phố Hồ Chí Minh với tốc độ trung bình 60 km/giờ. Biết rằng Thành phố Hồ Chí Minh cách Biên Hòa 40 km.

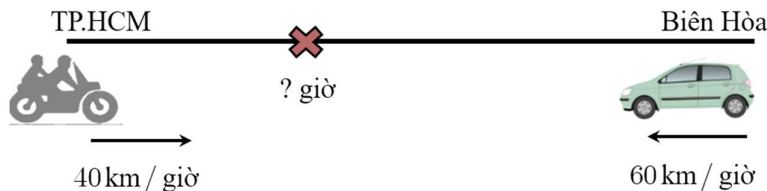
- Gọi $f(t) = at + b$, ($t \geq 0$) là hàm số biểu diễn khoảng cách của xe máy so với Thành phố Hồ Chí Minh sau khi đi được t giờ kể từ lúc 7 giờ 15 phút.

- Gọi $g(t) = ct + d$, $\left(0 \leq t \leq \frac{2}{3}\right)$ là hàm số biểu diễn khoảng cách của ô tô so với Thành phố Hồ Chí Minh sau khi đi được t giờ kể từ lúc 7 giờ 15 phút.

Hồ Chí Minh cách Biên Hòa 40 km.

a) Tìm các hệ số a, b, c, d .

b) Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ và nơi gặp nhau cách Thành phố Hồ Chí Minh bao nhiêu kí-lô-mét?



Bài 7. (1,0 điểm) Hai thùng chứa nước hình trụ đều được gắn một vòi chảy ở đáy thùng. Ban đầu chiều cao mực nước ở thùng thứ nhất hơn thùng thứ hai $0,2 m$, để vệ sinh hai thùng này bạn Hân cần mở vòi cho nước chảy hết ra ngoài. Bạn Hân bắt đầu mở vòi cho thùng thứ nhất chảy từ 8 giờ sáng và sau đó 3 phút bắt đầu mở vòi cho thùng thứ hai chảy. Khi quan sát quá trình chảy của hai thùng, Hân thấy rằng:

- Tại thời điểm 8 giờ 04 phút thì chiều cao mực nước hai thùng bằng nhau.
- Tại thời điểm 8 giờ 08 phút thì thùng thứ hai vừa chảy hết nước và chiều cao mực nước còn lại ở thùng thứ nhất là $0,4 m$.

Tìm chiều cao mực nước ban đầu ở mỗi thùng. Biết rằng tốc độ chảy ở mỗi vòi là không đổi.

Bài 8. (3,0 điểm) Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn $(O; R)$, kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm), AO cắt BC tại K .

a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và AO là đường trung trực của đoạn thẳng BC .

b) Gọi P là điểm bất kì thuộc (O) sao cho tia BO nằm giữa hai tia BP và BC , H là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống PC , M là trung điểm BH và PM cắt (O) tại Q (khác P).

Chứng minh $\widehat{QMK} = \widehat{QCA}$.

c) Chứng minh $\widehat{AQC} = 90^\circ$ và $AC = 2R \tan \widehat{CPQ}$.

HẾT

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài 1. (1,5 điểm)

a) Lập bảng giá trị của (P) (0,25 điểm)

Vẽ (P) (0,25 điểm)

Vẽ (d) (0,25 điểm)

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$-x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$(0,25 điểm)

Với $x = 1$ thì $y = -1$(0,25 điểm)

Với $x = 2$ thì $y = -4$(0,25 điểm)

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1; -1)$ và $(2; -4)$.

Bài 2. (1,0 điểm)

Theo hệ thức Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{4}{3}$(0,25 điểm)

$x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{2}{3}$ (0,25 điểm)

$A = x_1 x_2 (x_1 + x_2) + 2(x_1 + x_2)$(0,25 điểm)

$= \frac{16}{9}$(0,25 điểm)

Bài 3. (0,75 điểm)

a) Biểu thức là $15(20 - y) + 20(15 - x) = 600 - 20x - 15y$(0,5 điểm)

b) Diện tích phần còn lại của khu vườn là $600 - 20.2,4 - 15.1,8 = 525(m^2)$(0,25 điểm)

Bài 4. (0,75 điểm)

Số tiền anh Tâm phải trả khi thuê pin gói linh hoạt là:

$189\,000 + 374.(800 - 400) = 338\,600$ (đồng).....(0,25 điểm)

Vậy anh Tâm thuê pin gói linh hoạt sẽ tiết kiệm hơn.....(0,25 điểm)

Số tiền tiết kiệm được là $350\,000 - 338\,600 = 11\,400$ (đồng).....(0,25 điểm)

Bài 5. (1,0 điểm)

a) $4,2 = \frac{4}{3}\pi R^3$ (0,25 điểm)

$\Rightarrow R \approx 1(dm)$(0,25 điểm)

b) Nếu làm hộp hình lập phương thì lượng giấy cần dùng là: $6(2R)^2 \approx 24(dm^2)$(0,25 điểm)

Nếu làm hộp hình trụ thì lượng giấy cần dùng là: $2\pi Rh + 2\pi R^2 = 6\pi R^2 \approx 6\pi(dm^2) < 24(dm^2)$

Vậy anh Huy nên chọn phương án làm hộp hình trụ.....(0,25 điểm)

Bài 6. (1,0 điểm)

a) Lúc 7 giờ 15 phút xe máy đã đi được $40 \cdot \frac{1}{4} = 10 km \Rightarrow f(t) = 10 + 40t$(0,25 điểm)

$g(t) = 40 - 60t$(0,25 điểm)

Vậy $a = 40; b = 10; c = -60; d = 40$.

b) Khi hai xe gặp nhau $40t + 10 = 40 - 60t \Rightarrow 100t = 30 \Rightarrow t = 0,3$ giờ.....(0,25 điểm)

Vậy hai xe gặp nhau lúc 7 giờ 33 phút và cách TP.HCM $22 km$(0,25 điểm)

Bài 7. (1,0 điểm)

Cách 1.

Gọi $x; x - 0,2(m)$ lần lượt là chiều cao mực nước ban đầu ở thùng thứ nhất và thùng thứ hai ($x > 0,2$).....(0,25 điểm)

Thùng thứ hai chảy trong 5 phút thì hết nước \Rightarrow trung bình mỗi phút chiều cao mực nước của thùng thứ hai sẽ giảm $\frac{x - 0,2}{5} (m)$

Trong 8 phút đầu tiên mực nước của thùng thứ nhất sẽ giảm $x - 0,4(m) \Rightarrow$ trung bình mỗi phút chiều cao mực nước của thùng thứ nhất sẽ giảm $\frac{x - 0,4}{8} (m)$

Ta có phương trình $x - \frac{x - 0,4}{8} \cdot 4 = x - 0,2 - \frac{x - 0,2}{5}$(0,25 điểm)

$\Rightarrow -\frac{3}{10}x = -\frac{9}{25} \Rightarrow x = 1,2$(0,25 điểm)

Vậy chiều cao mực nước ban đầu của thùng thứ nhất là $1,2 m$; thùng thứ hai là $1 m$(0,25 điểm)

Cách 2.

Gọi $x; y$ (m/phút) lần lượt là tốc độ chảy của vòi ở thùng thứ nhất và thùng thứ hai ($x > 0; y > 0$).....(0,25 điểm)

Độ cao ban đầu của thùng thứ nhất là $8x + 0,4(m)$

Độ cao ban đầu của thùng thứ hai là $5y(m)$

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 8x + 0,4 - 5y = 0,2 \\ 8x + 0,4 - 4x = 5y - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 5y = -0,2 \\ 4x - 4y = -0,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,1 \\ y = 0,2 \end{cases} \dots\dots\dots(0,5 \text{ điểm})$$

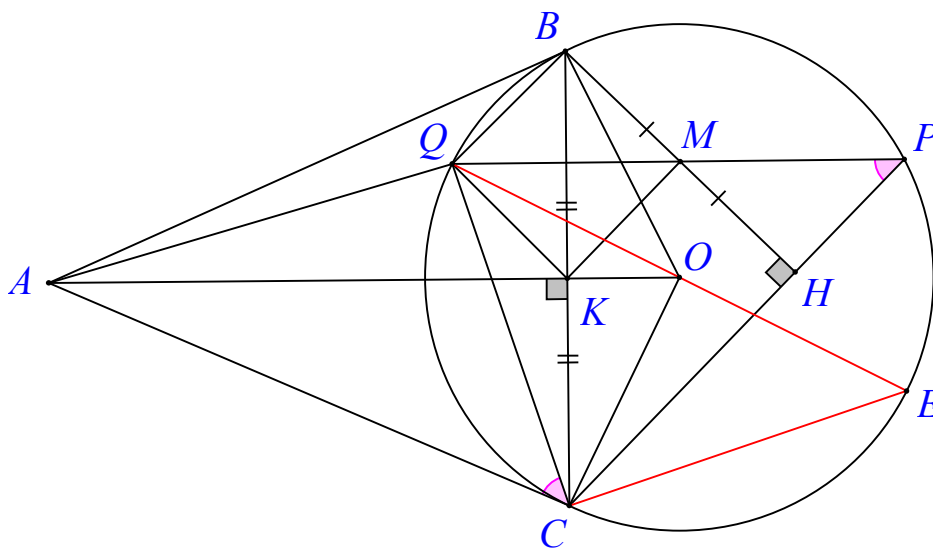
Vậy chiều cao mực nước ban đầu của thùng thứ nhất là $1,2m$; thùng thứ hai là $1m$
(0,25 điểm)

Bài 8. (3,0 điểm) Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn $(O;R)$, kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm), AO cắt BC tại K .

- a) Chứng minh $ABOC$ là tứ giác nội tiếp và AO là đường trung trực của đoạn thẳng BC .
 b) Gọi P là điểm bất kì thuộc (O) sao cho tia BO nằm giữa hai tia BP và BC , H là chân đường vuông góc kẻ từ B xuống PC , M là trung điểm BH và PM cắt (O) tại Q (khác P).

Chứng minh $\widehat{QMK} = \widehat{QCA}$.

- c) Chứng minh $\widehat{AQC} = 90^\circ$ và $AC = 2R \tan \widehat{CPQ}$.



a) $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$
 $\Rightarrow ABOC$ là tứ giác nội tiếp(0,5 điểm)

$AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau); $OB = OC$ (bán kính)
 $\Rightarrow AO$ là đường trung trực của BC (0,5 điểm)

b) K là trung điểm BC , M là trung điểm $BH \Rightarrow KM$ là đường trung bình tam giác BCH
 $\Rightarrow KM \parallel CH \Rightarrow \widehat{QMK} = \widehat{QPC}$ (đồng vị)(0,5 điểm)

Mà $\widehat{QCA} = \widehat{QPC}$ (0,25 điểm)

Vậy $\widehat{QMK} = \widehat{QCA}$(0,25 điểm)

c) * Ta có $\widehat{QMK} = \widehat{QCA}$ và $\widehat{QCA} = \widehat{QBC} \Rightarrow \widehat{QMK} = \widehat{QBC}$
 $\Rightarrow QBMK$ là tứ giác nội tiếp.....(0,25 điểm)

$$\Rightarrow \widehat{QMB} = \widehat{QKB}$$

Mà $\widehat{QKA} + \widehat{QKB} = \widehat{QMK} + \widehat{QMB}$ (cùng bằng 90°)

$$\Rightarrow \widehat{QKA} = \widehat{QMK}$$

$$\Rightarrow \widehat{QKA} = \widehat{QCA}$$

$\Rightarrow AQKC$ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \widehat{AQC} = \widehat{AKC} = 90^\circ \dots\dots\dots(0,25 \text{ điểm})$$

* Vẽ đường kính QE của (O) .

$$\begin{cases} \widehat{ACQ} = \widehat{QEC} \\ \widehat{AQC} = \widehat{QCE} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta AQC \text{ đồng dạng } \Delta QCE \dots\dots\dots(0,25 \text{ điểm})$$

$$\Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AC}{QE} = \frac{AC}{2R}$$

$$\Rightarrow AC = 2R \tan \widehat{ACQ} = 2R \tan \widehat{CPQ} \dots\dots\dots(0,25 \text{ điểm})$$

 HẾT