

Công thức tính diện tích tam giác và ứng dụng

Giáo viên: Nguyễn Tăng Vũ

Tổ Toán trường Phổ thông Năng khiếu – Đại học Quốc gia TP HCM



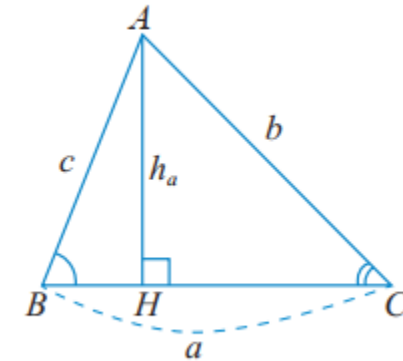
Mục tiêu đạt được

- Hiểu rõ các công thức tính diện tích trong tam giác.
- Sử dụng công thức phù hợp để tính diện tích tam giác.
- Sử dụng công thức diện tích để tính các yếu tố hình học khác.

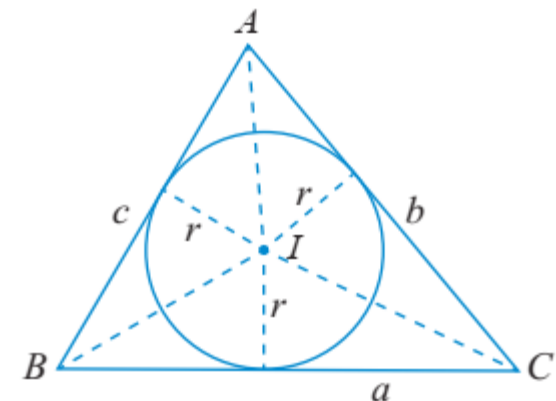
Một số kí hiệu thường dùng

Cho tam giác ABC

- Đặt $BC = a, AC = b, AB = c$
- Đặt $S = S_{ABC}$ là diện tích tam giác ABC.
- R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
- h_a là độ dài đường cao từ A.
- r là bán kính đường tròn nội tiếp, $p = \frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi.



Hình 10

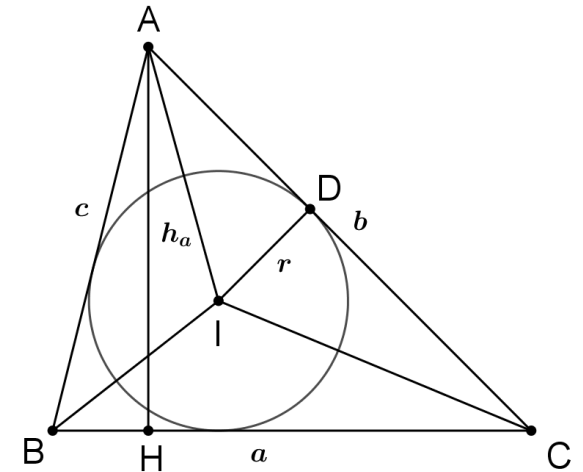


Hình 11

Công thức diện tích tam giác

Định lý. Các công thức tính diện tích tam giác

- $S = \frac{1}{2} a \cdot h_a = \frac{1}{2} b \cdot h_b = \frac{1}{2} c \cdot h_c$
- $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C = \frac{1}{2} bc \cdot \sin A = \frac{1}{2} ac \cdot \sin B$
- $S = \frac{abc}{4R}$
- $S = pr$
- $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (công thức He-ron)



Ý nghĩa:

- Tính diện tích tam giác khi biết một số yếu tố cho trước.
- Thiết lập mối quan hệ giữa các yếu tố trong tam giác thông qua công thức diện tích.

Ví dụ áp dụng

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC có $BC = 2\sqrt{3}$, $AC = 2$, $\angle C = 30^\circ$

- Tính diện tích tam giác ABC.
- Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Lời giải.

- Áp dụng công thức tính diện tích $S = \frac{1}{2}ab \sin C$ ta có:

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sin 30^\circ = \sqrt{3}$$

- Áp dụng công thức $S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p}$, ta cần tính c

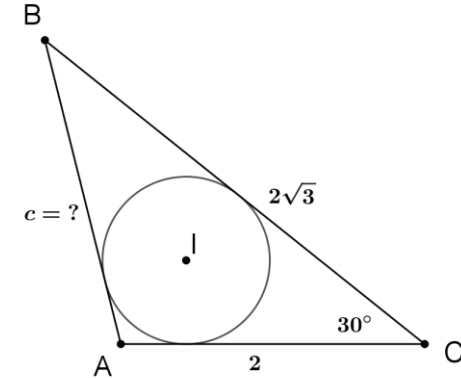
Ta có

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 12 + 4 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4$$

Suy ra $c = 2$

$$\text{Suy ra } p = \frac{(a+b+c)}{2} = \frac{2\sqrt{3}+2+2}{2} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\text{Do đó } r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} - 3$$



Câu hỏi gợi ý

- Ta đã có yếu tố nào? Với yếu tố đó thì có thể sử dụng công thức diện tích nào phù hợp?
- Công thức nào liên quan đến bán kính đường tròn nội tiếp? Để tính cần phải biết thêm yếu tố nào? Tính như thế nào?

Ví dụ áp dụng

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC có cạnh $a = 30, b = 26, c = 28$.

- Tính diện tích tam giác ABC và độ dài đường cao từ A.
- Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Tính diện tích tam giác BIC.

Lời giải.

a) Ta có

$$p = \frac{30 + 26 + 28}{2} = 42$$

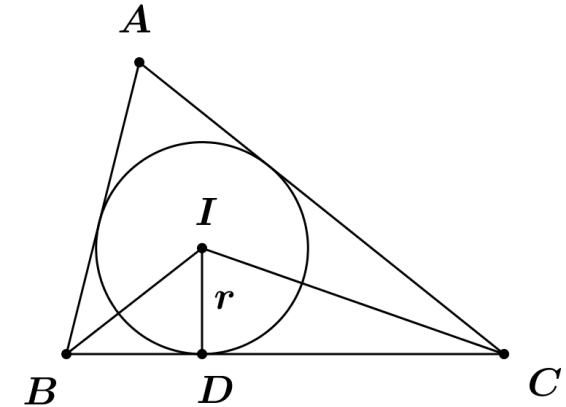
Áp dụng công thức Heron

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ &= \sqrt{42(42-30)(42-26)(42-28)} = 336 \end{aligned}$$

$$\text{Khi đó } S = \frac{1}{2}ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = 2 \cdot \frac{336}{30} = \frac{112}{5}$$

b) Ta có

$$r = \frac{S}{p} = \frac{336}{42} = 8; S_{BIC} = \frac{1}{2}r \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 30 = 120.$$



Câu hỏi gợi ý

- Ta đã có yếu tố nào? Với yếu tố đó thì có thể sử dụng công thức nào phù hợp?
- Để tính diện tích tam giác IBC ta cần điều gì? Đã có gì? Tính yếu tố còn lại thế nào?

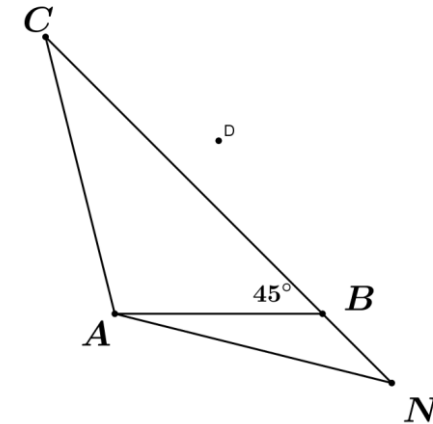
Ví dụ áp dụng

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC có $\angle B = 45^\circ$, $AB = 3$, $S = 6$.

a) Tính độ dài cạnh BC và độ dài đường cao từ B .

b) Tìm N thuộc tia đối của tia BC sao cho $AN = \sqrt{17}$

Tính diện tích tam giác ABN .



Lời giải. a)

Ta có $S = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin B$, suy ra

$$6 = \frac{1}{2} BC \cdot 3 \sin 45^\circ \Rightarrow BC = 4\sqrt{2}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B$$

$$= 9 + 32 - 2 \cdot 3 \cdot 4\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 17 \Rightarrow AC = \sqrt{17}$$

$$\text{Suy ra } h_b = \frac{2S}{AC} = \frac{12}{\sqrt{17}}$$

b) Đặt $BN = x$, ta có

$$AN^2 = AB^2 + BN^2 - 2AB \cdot BN \cos ABN$$

$$17 = 9 + x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$x^2 + 3\sqrt{2}x - 8 = 0, \text{ giải ra được } x = \sqrt{2}$$

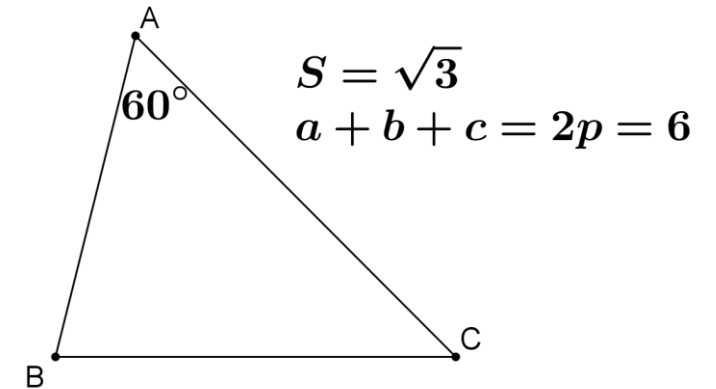
Tính được

$$S_{ABN} = \frac{1}{2} AB \cdot BN \sin ABN = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2}$$

Ví dụ áp dụng

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC có chu vi bằng 6, diện tích bằng $\sqrt{3}$ và $\angle A = 60^\circ$.

- Tính bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác ABC.
- Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC.



Lời giải.

a) Bán kính đường tròn nội tiếp $r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b) Ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = b^2 + c^2 - bc$
và $a + b + c = 6$

$$s = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{bc\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \Rightarrow bc = 4 \quad (1)$$

Từ đó ta có

$$\begin{aligned} b^2 + c^2 - 4 &= (6 - b - c)^2 \\ &= 36 - 12(b + c) + (b + c)^2 \\ &\Rightarrow b + c = 4 \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) tính được $b = c = 2$ và $a = 2$

Câu hỏi gợi ý

- Ta có được yếu tố nào? Sử dụng công thức nào để tính được bán kính nội tiếp.
- Ta đã tính được không? Nếu không thì phải làm thế nào? Làm sao để tìm mối liên hệ giữa các cạnh? Sử dụng công thức nào? Giải hệ thế nào?

DẶN DÒ

- Hiểu được tất cả các công thức tính diện tích của tam giác.
- Hiểu được mối quan hệ giữa các đại lượng, từ đó tính được các đại lượng chưa biết bằng cách sử dụng công thức phù hợp.
- Thế số và tính toán cẩn thận.
- Làm bài tập về nhà trong phần bài tập rèn luyện đính kèm video.



BÀI HỌC KẾT THÚC – CHÚC CÁC EM HỌC TỐT

