



ĐỀ CHÍNH THỨC

Lưu ý: - Thí sinh làm mỗi câu trên một tờ giấy riêng và ghi rõ số thứ tự câu ở trang 1 của mỗi tờ giấy thi.
- Thí sinh **không được** sử dụng máy tính cầm tay.

Câu 1. (4 điểm) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x(x+y) = y(y+z) = z(z+x) \neq 0$. Chứng minh

a. $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} = x + y + z$.

b. $4\left(\frac{x^2}{yz} + \frac{y^2}{zx} + \frac{z^2}{xy}\right) - \left(\frac{x^3}{y^3} + \frac{y^3}{z^3} + \frac{z^3}{x^3}\right) = 9$.

Câu 2. (3 điểm) Gọi S là tập hợp các số nguyên n ($n > 1$) sao cho với n số thực bất kỳ thuộc khoảng $(-2; 2)$ có tổng bằng 0 thì tổng lũy thừa bậc 4 của chúng luôn nhỏ hơn 32. Chứng minh $S = \{2; 3\}$.

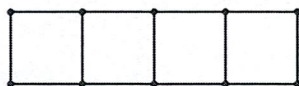
Câu 3. (4 điểm)

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x; y) = 2^x - 5^y$ với x, y là 2 số nguyên dương thỏa mãn $2^x \geq 5^y$.

b. Tìm tất cả các số nguyên dương N có đúng 2 ước nguyên tố là 2 và 5, đồng thời $N+4$ là số chính phương.

Câu 4. (4 điểm)

a. Cho 4 hình vuông đơn vị xếp kề nhau như hình vẽ. Có bao nhiêu cách tô màu 10 đỉnh của các hình vuông đơn vị bởi k màu khác nhau (mỗi đỉnh tô 1 màu) sao cho không có hai đỉnh kề nhau nào cùng màu khi $k=3$? $k=10$? (trong hình vẽ có tất cả 13 cặp đỉnh kề nhau)



b. Có bao nhiêu cách tô màu 8 đỉnh của hình lập phương bởi 3 màu khác nhau (mỗi đỉnh tô 1 màu) sao cho không có hai đỉnh kề nhau nào cùng màu? (trong hình lập phương có tất cả 12 cặp đỉnh kề nhau)

Câu 5. (5 điểm) Cho tam giác nhọn không cân ABC có đường tròn nội tiếp (I) tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F .

a. Gọi H là hình chiếu của D lên EF . Chứng minh HD là phân giác $\widehat{BHC}$.

b. Gọi P là giao điểm của BE, CF và L là giao điểm của AI, EF . Gọi H' là điểm đối xứng với H qua L . Chứng minh DH' song song với PL .

c. Gọi M là điểm đối xứng với F qua B và N là điểm đối xứng với E qua C . Chứng minh $\frac{\sin \widehat{DNM}}{\sin \widehat{DMN}} = \frac{\sin \widehat{H'DE}}{\sin \widehat{H'DF}}$ và PL vuông góc với MN .

----- HẾT -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:SBD:

Trường:Tỉnh/TP: