

Thời gian làm bài: 150 phút

1 Phần 1 - Viết đáp số - 4 điểm

Bài 1. Trả lời đáp số các bài toán sau:

1. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = 2x + 1$ và trục hoành.
2. Cho đường thẳng $d: y = ax + b$, tìm a, b biết đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2)$ và $B(-1, 3)$.
3. Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nhưng trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 20% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?
4. Một túi chứa một số tấm thẻ màu xanh và 6 tấm thẻ màu đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Thủy lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ, xem màu rồi trả lại túi. Lặp lại hoạt động đó 250 lần, Thủy thấy có 83 lần lấy được thẻ màu xanh. Tính xác suất thực nghiệm của biến cố "Lấy được thẻ màu xanh trong 250 lần thử ở trên".
5. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6, AC = 8$. Vẽ đường cao AH . Tính độ dài AH .
6. Cho tam giác ABC có $AB = 12, AC = 5$ và $BC = 13$. Phân giác trong góc A cắt BC tại D . Tính AD .
7. Cho a, b, c là ba số thỏa điều kiện:
$$\begin{cases} a + b + c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 14 \end{cases}$$
 .
Hãy tính giá trị của biểu thức: $A = 1 + a^4 + b^4 + c^4$.
8. Tìm tất cả các giá trị a, b để đa thức $ax^4 + bx + b + 1$ chia hết cho $x^2 - x + 1$.

2 Phần 2 - Trình bày lời giải - 16 điểm

Bài 2. (2 điểm) Giải các phương trình sau:

(a) $x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = 0$.

(b) $\frac{1}{x^2 - 2x + 2} + \frac{1}{x^2 - 2x + 3} = \frac{9}{2(x^2 - 2x + 4)}$

Bài 3. (4 điểm) Cho các số $a, b, c > 0$. Chứng minh rằng:

(a) $a^4 + b^4 \geq a^3b + ab^3 \geq 2a^2b^2$

(b) $\frac{a^4 + b^4}{a^2 - ab + b^2} + \frac{b^4 + c^4}{b^2 - bc + c^2} + \frac{a^4 + c^4}{a^2 - ac + c^2} \geq 2(ab + bc + ac)$.

Bài 4. (4 điểm) Cho tam giác ABC có BC cố định và A thay đổi sao cho $\angle BAC = 60^\circ$. Các đường phân giác trong góc B, C cắt nhau tại I . Đường thẳng qua I vuông góc AI cắt AB, AC lần lượt tại D, E . AI cắt BC tại K .

- (a) Tính $\angle BIC$ và $BD \cdot CE = ID \cdot IE$.
- (b) Chứng minh $BC(BD + CE) = BI^2 + CI^2$.
- (c) Chứng minh $AI \leq 2IK$.

Bài 5. (2 điểm)

- (a) Tìm tất cả các số nguyên dương x để $x^5 + x + 1$ là một số nguyên tố.
- (b) Có 6 đội bóng đá mini thi đấu thể thức vòng tròn 1 lượt (mỗi đội đều đấu với mỗi đội còn lại 1 trận). Đội thắng được 3 điểm, đội hòa được 1 điểm và đội thua không được điểm nào. Tìm điểm số của đội vô địch.

Bài 6. (2 điểm) Cho các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 = z^2$.

- (a) Chứng minh rằng x, y có ít nhất một số chẵn.
- (b) Chứng minh rằng xyz chia hết cho 60.

Bài 7. (2 điểm) Cho 5 số tự nhiên phân biệt sao cho tổng của ba số bất kỳ trong chúng lớn hơn tổng của hai số còn lại.

- (a) Chứng minh rằng tất cả 5 số đã cho đều không nhỏ hơn 5.
- (b) Tìm tất cả các bộ gồm 5 số thỏa mãn đề bài mà tổng của chúng nhỏ hơn 40.

HẾT.