ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU

Năm học: 2026 - 2027

Môn thi: TOÁN (không chuyên)

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề

Đề thi được sưu tầm từ học sinh nên không tránh khỏi sai sót trong quá trình đánh máy.
Rất mong nhận được sự đóng góp từ bạn đọc.

Đáp án được thực hiện bởi đội ngũ giáo viên – trợ giảng trung tâm STAR Education:
Thầy NGUYỄN VĨNH KHANG – Thầy VÕ HOÀNG PHÚC KHANG – Thầy NGUYỄN TẤN PHÁT – Thầy PHẠM MINH TRÍ

PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Tìm m để hai đường thẳng $(d_1)\colon y = (9-m^2)x+5$ và $(d_2)\colon y = 5x+m+7$ song song với nhau.

$m = 2$

Câu 2. Trong một năm, người ta đếm được vào tháng 8 có đúng 4 ngày thứ Tư, 4 ngày Chủ Nhật. Hỏi ngày 31 tháng 8 là thứ mấy?

Thứ Bảy

Câu 3. Cho AB, AC là hai tiếp tuyến của đường tròn (O). Biết $OA = 2$, $OC = 1$. Tính BC.

$BC = \sqrt{3}$

Câu 4. Cho phương trình $x^2 - 2mx - 3m^2 + 4m - 1 = 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có đúng 1 nghiệm?

1 giá trị $(m = \frac{1}{2})$

Câu 5. Cho phương trình $x + \frac{2}{x} = 4$. Tính giá trị biểu thức $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$.

6

Câu 6. Cho parabol $(P)\colon y = x^2 - 2$ và đường thẳng $(d)\colon y = 2x+1$ cắt nhau tại hai điểm có tọa độ $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$. Tính $x_1 + x_2 - x_1x_2$.

5

Câu 7. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{A} = \widehat{B} = 90^\circ$, $\widehat{C} = 45^\circ$, biết $AB = AD = 1$. Gọi M là trung điểm của AB, N là trung điểm của CD. Tính MN.

$MN = \frac{3}{2}$

Câu 8. Cho hai đoạn BE, CF cắt nhau tại A thỏa mãn $AE = AF$, $AB = BC$ và $\widehat{AEF} = 50^\circ$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Tính góc $\widehat{AHC}$.

$\widehat{AHC} = 160^\circ$

Câu 9. Cho $a+b+2 = b+c-1 = c+d+3 = d+e-2 = e+a+1$. Hỏi số nào lớn nhất trong 5 số a, b, c, d, e?

e lớn nhất

Câu 10. Tìm điều kiện xác định của biểu thức $\frac{3x^2}{\sqrt{x-3}+2} + \frac{2x^2}{x-5}$

$x \geq 3$ và $x \neq 5$

PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1.

a) Chứng minh rằng:

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}+1}$$

b) Chứng minh rằng:

$$\sqrt{3+\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}}=\frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

a) Ta có:

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{3-2\sqrt{3}+1}=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}=\left|\sqrt{3}-1\right|=\sqrt{3}-1 \quad (\text{vì } \sqrt{3}>1).$$

Mặt khác, trục căn thức ở mẫu:

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}=\frac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{3-1}=\sqrt{3}-1.$$

Do đó $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}$ (đpcm).

b) Ta có:

$$\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{4+4\sqrt{3}+3}=\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2}=2+\sqrt{3}.$$

Kết hợp với kết quả $\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{3}-1$ ở câu a), ta được:

$$\begin{aligned}\sqrt{3+\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}}&=\sqrt{3+\left(2+\sqrt{3}\right)+\left(\sqrt{3}-1\right)}\\&=\sqrt{4+2\sqrt{3}}\\&=\sqrt{3+2\sqrt{3}+1}\\&=\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}=\sqrt{3}+1.\end{aligned}$$

Mặt khác, trục căn thức ở mẫu:

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}=\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}=\sqrt{3}+1.$$

Do đó $\sqrt{3+\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$ (đpcm).

Bài 2. Cho phương trình (1) là $x^2 - mx + 1 = 0$, phương trình (2) là $x^2 - x + m = 0$

a) Tìm m để phương trình (1) vô nghiệm và phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt.

b) Tìm m để phương trình (1) và (2) đều có 2 nghiệm phân biệt và tổng bình phương 2 nghiệm bằng nhau.

Xét phương trình (1): $x^2 - mx + 1 = 0$ có $\Delta_1 = m^2 - 4$.
Theo định lí Viète: $S_1 = x_1 + x_2 = m$; $P_1 = x_1x_2 = 1$.
Xét phương trình (2): $x^2 - x + m = 0$ có $\Delta_2 = 1 - 4m$.
Theo định lí Viète: $S_2 = x_3 + x_4 = 1$; $P_2 = x_3x_4 = m$.

a) Phương trình (1) vô nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta_1 < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2.$$

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\Delta_2 > 0 \Leftrightarrow 1 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}.$$

Kết hợp hai điều kiện trên ta được $-2 < m < \frac{1}{4}$.

Vậy $-2 < m < \frac{1}{4}$ là các giá trị cần tìm.

b) Phương trình (1) và (2) đều có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta_1 > 0 \\ \Delta_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 1 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m > 2 \end{array}\right. \\ m < \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m < -2. \quad (*)$$

Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm phân biệt của phương trình (1) và x_3, x_4 là 2 nghiệm phân biệt của phương trình (2). Ta có

$$x_1^2 + x_2^2 = S_1^2 - 2P_1 = m^2 - 2,$$
$$x_3^2 + x_4^2 = S_2^2 - 2P_2 = 1 - 2m.$$

Tổng bình phương 2 nghiệm của hai phương trình bằng nhau khi và chỉ khi

$$m^2 - 2 = 1 - 2m \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -3 \end{array}\right.$$

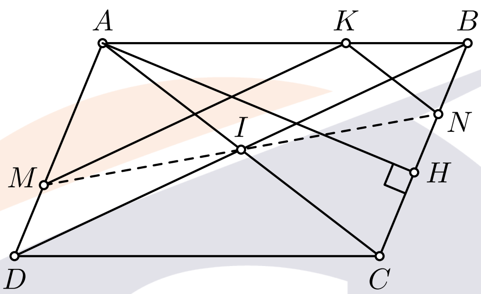
Đối chiếu với điều kiện $(*)$ ta được $m = -3$.

Vậy $m = -3$ là giá trị cần tìm.

Bài 3. Cho hình bình hành $ABCD$, gọi giao điểm của hai đường chéo là I. Điểm K nằm trên cạnh AB. Lấy điểm M trên cạnh AD sao cho $KM \parallel BD$. Lấy điểm N trên cạnh BC sao cho $KN \parallel AC$.

a) Chứng minh I là trung điểm của MN.

b) Tính tỉ số $\dfrac{AK}{AB}$, biết diện tích tam giác KMN bằng $\dfrac{2}{9}$ diện tích hình bình hành $ABCD$.



a) Trong $\triangle ABD$ có $KM \parallel BD$ $(K \in AB,\ M \in AD)$. Theo định lí Thales:

$$\frac{MD}{AD} = \frac{KB}{AB} \quad (1)$$

Trong $\triangle ABC$ có $KN \parallel AC$ $(K \in AB,\ N \in BC)$. Theo định lí Thales:

$$\frac{KB}{AB} = \frac{BN}{BC} \quad (2)$$

Từ (1) và (2), kết hợp với $AD = BC$, ta có $MD = BN$.

Mặt khác, ta có $DM \parallel BN$ (do $AD \parallel BC$)

Suy ra tứ giác $DMBN$ là hình bình hành (có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau).

Hai đường chéo của hình bình hành $DMBN$ là DB và MN cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường. Mà I là trung điểm của DB nên I cũng là trung điểm của MN (đpcm).

b) Đặt $\dfrac{AK}{AB} = k$ với $0 < k < 1$, $S = S_{ABCD}$. Khi đó $S_{ABD} = S_{ABC} = \dfrac{S}{2}$.

Tính S_{AKM}: Vì $KM \parallel BD$ nên $\triangle AKM \backsim \triangle ABD$ với tỉ số đồng dạng $\dfrac{AK}{AB} = k$. Do đó

$$S_{AKM} = k^2 \cdot S_{ABD} = \frac{k^2 S}{2}.$$

Tính S_{BKN}: Vì $KN \parallel AC$ nên $\triangle BKN \backsim \triangle BAC$ với tỉ số đồng dạng $\dfrac{BK}{BA} = 1 - k$. Do đó

$$S_{BKN} = (1-k)^2 \cdot S_{BAC} = \frac{(1-k)^2 S}{2}.$$

Tính S_{ABNM}: Tứ giác $ABNM$ có $AM \parallel BN$ (do $AD \parallel BC$) nên là hình thang. Kẻ $AH \perp BC$ $(H \in BC)$, ta có $S_{ABCD} = AD \cdot AH$.

Mặt khác $AM + BN = k \cdot AD + (1-k) \cdot AD = AD$ nên

$$S_{ABNM} = \frac{1}{2}(AM + BN) \cdot AH = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AH = \frac{S}{2}.$$

Suy ra:

$$\begin{aligned} S_{KMN} &= S_{ABNM} - S_{AKM} - S_{BKN} \\ &= \frac{S}{2} - \frac{k^2 S}{2} - \frac{(1-k)^2 S}{2} \\ &= \frac{S}{2}\left[1 - k^2 - (1-k)^2\right] \\ &= \frac{S}{2} \cdot 2k(1-k) = k(1-k) \cdot S. \end{aligned}$$

Theo giả thiết $S_{KMN} = \frac{2}{9}S$, ta có:

$$k(1-k) = \frac{2}{9} \Leftrightarrow 9k^2 - 9k + 2 = 0 \Leftrightarrow (3k-1)(3k-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = \frac{1}{3} \\ k = \frac{2}{3} \end{array}\right.$$

Vậy $\frac{AK}{AB} = \frac{1}{3}$ hoặc $\frac{AK}{AB} = \frac{2}{3}$.

Bài 4. Trường X tổ chức một sự kiện bắt 1 học sinh Việt Nam ghép cặp với 1 học sinh nước ngoài, mỗi học sinh được tối đa ghép 1 cặp. Ngày 1 có $\frac{1}{2}$ số học sinh Việt Nam và $\frac{2}{3}$ số học sinh nước ngoài được ghép cặp.

a) Tính tỉ lệ giữa tổng số học sinh được bắt cặp và tổng số học sinh tham gia sự kiện.

b) Ngày 2 có 6 bạn học sinh ghép cặp tạo thành 3 cặp mới. Tỉ lệ học sinh ghép cặp và tổng số học sinh thành $\frac{5}{7}$. Tìm số học sinh Việt Nam và nước ngoài ban đầu.

Gọi x là số học sinh Việt Nam và y là số học sinh nước ngoài ban đầu tham gia sự kiện ($x, y \in \mathbb{N}^*$). Ngày 1 có $\frac{1}{2}x$ học sinh Việt Nam và $\frac{2}{3}y$ học sinh nước ngoài được bắt cặp. Vì mỗi cặp gồm 1 học sinh Việt Nam ghép với 1 học sinh nước ngoài nên số học sinh được bắt cặp ở hai phía phải bằng nhau:

$$\frac{1}{2}x = \frac{2}{3}y \Leftrightarrow 3x = 4y \Leftrightarrow x = \frac{4y}{3}. \quad (*)$$

a) Tổng số học sinh được ghép cặp ở ngày 1 là

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{2}{3}y + \frac{2}{3}y = \frac{4y}{3}.$$

Tổng số học sinh tham gia sự kiện là

$$x + y = \frac{4y}{3} + y = \frac{7y}{3}.$$

Tỉ lệ giữa tổng số học sinh được ghép cặp và tổng số học sinh tham gia sự kiện là

$$\frac{\frac{4y}{3}}{\frac{7y}{3}} = \frac{4}{7}.$$

Vậy tỉ lệ cần tìm là $\frac{4}{7}$.

b) Ngày 2 có thêm 6 học sinh được ghép cặp tạo thành 3 cặp mới (gồm 3 học sinh Việt Nam và 3 học sinh nước ngoài) nên tổng số học sinh được ghép cặp tăng thêm 6 học sinh. Khi đó:

Tổng số học sinh được ghép cặp là $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y + 6$.

Tổng số học sinh tham gia sự kiện vẫn là $x + y$.

Theo đề bài, tỉ lệ giữa số học sinh được ghép cặp và tổng số học sinh là $\frac{5}{7}$, ta có phương trình:

$$\frac{\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y + 6}{x+y} = \frac{5}{7}.$$

Thay $x = \frac{4y}{3}$ từ $(*)$ vào, ta được:

$$\frac{\frac{4y}{3} + 6}{\frac{7y}{3}} = \frac{5}{7} \Leftrightarrow 7\left(\frac{4y}{3} + 6\right) = 5 \cdot \frac{7y}{3} \Leftrightarrow \frac{28y}{3} + 42 = \frac{35y}{3} \Leftrightarrow \frac{7y}{3} = 42 \Leftrightarrow y = 18.$$

Suy ra $x = \frac{4 \cdot 18}{3} = 24$ (thỏa mãn).

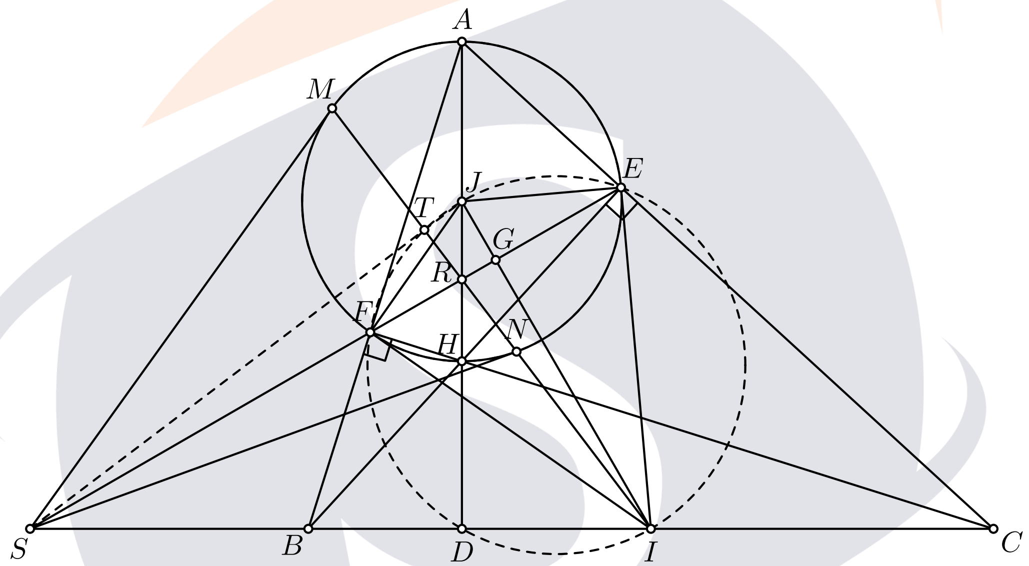
Vậy ban đầu có 24 học sinh Việt Nam và 18 học sinh nước ngoài tham gia sự kiện.

Bài 5. Cho ΔABC nhọn $(AB < AC)$, H là trực tâm, E và F là chân hai đường cao kẻ từ B và C. Gọi I là trung điểm của BC, J là trung điểm của AH; R và S lần lượt là giao điểm của EF với AH và BC.

a) Chứng minh $IE = IF = \dfrac{BC}{2}$ và $JE = JF = \dfrac{AH}{2}$.

b) Chứng minh tứ giác $IEJF$ nội tiếp; R là trực tâm của ΔSIJ.

c) Gọi (J) là đường tròn đường kính AH. Đường thẳng IR cắt (J) tại M và N. Chứng minh $IM \cdot IN = \dfrac{BC^2}{4}$ và SM, SN tiếp xúc với (J).



a) FI, EI tương ứng là đường trung tuyến tam giác vuông BFC, BEC với cạnh huyền BC, nên $IE = IF = IB = IC = \dfrac{BC}{2}$.

Tương tự, JE, JF tương ứng là đường trung tuyến tam giác vuông AEH, AFH với cạnh huyền AH, nên $JE = JF = JA = JH = \dfrac{AH}{2}$.

b) Gọi D là giao điểm của AH với BC, ta có $AD \perp BC$. Theo câu (a) ta có tam giác JFH và IFC cân tại J và I tương ứng, nên

$$\widehat{JFI} = \widehat{JFH} + \widehat{IFC} = \widehat{JHF} + \widehat{ICF} = \widehat{CHD} + \widehat{DCH} = 90^\circ$$

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{JEI} = 90^\circ$ nên $\widehat{JDI} = \widehat{JEI} = \widehat{JFI} = 90^\circ$, suy ra D, E, F, J, I nằm trên một đường tròn đường kính IJ. Nói cách khác, $IEJF$ nội tiếp.

*Có $IE = IF$ và $JE = JF$ nên IJ là trung trực của EF. Như vậy $SR \perp IJ$ và $IR \perp SI$ (do $AH \perp BC$), suy ra R là trực tâm tam giác SIJ.

c) Ta có $IF \perp JF$ theo câu (b) nên IF là tiếp tuyến của (J), suy ra $\widehat{IFN} = \widehat{FMN}$, suy ra $\triangle IFN \backsim \triangle IMF$ (g.g). Như vậy $\dfrac{IF}{IM} = \dfrac{IN}{IF}$, hay

$$IM \cdot IN = IF^2 = \frac{BC^2}{4} \text{ theo câu (a).}$$

Gọi T là giao điểm của MN với đường tròn đường kính (IJ). Do R là trực tâm SIJ, và $JT \perp TI$, nên J, T, S thẳng hàng. Gọi G là giao điểm của EF và IJ, do $\widehat{JTI} = \widehat{JGS} = 90°$, nên $\triangle JTI \backsim \triangle JGS$ (g.g), suy ra $\dfrac{JT}{JG} = \dfrac{JI}{JS}$, hay

$$JT \cdot JS = JG \cdot JI \quad (1)$$

Mặt khác, $\widehat{JEG} = 90° - \widehat{IEG} = \widehat{EIJ}$, nên $\triangle EGJ \backsim \triangle IEJ$ (g.g), suy ra $\dfrac{JE}{JI} = \dfrac{JG}{JE}$, hay

$$JE^2 = JG \cdot JI \quad (2)$$

Mà $JE = JM$, nên kết hợp với (1) và (2), ta có $JT \cdot JS = JM^2$, hay $\dfrac{JT}{JM} = \dfrac{JM}{JS}$. Như vậy $\triangle JTM \backsim \triangle JMS$ (c.g.c), suy ra $\widehat{JMS} = \widehat{JTM} = 90°$, hay SM là tiếp tuyến của (J). Chứng minh tương tự, ta cũng có SN là tiếp tuyến của (J).

— HẾT —