

ĐỀ SỐ 23

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 ĐIỂM)

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{\sqrt[3]{-x}} + \frac{x - 2026}{2x^2 + 1}$ có nghĩa là:

- A. $x \neq 0$. B. $x < 0$. C. $x \geq 0$. D. $x \leq 0$.

Câu 2. Cho $(d_1): y = 3x + m$ và $(d_2): y = mx + 3$. Giá trị nào của m thì $(d_1) \parallel (d_2)$?

- A. Không tồn tại m . B. $m = 3$. C. $m = \frac{-1}{3}$. D. $m \neq 0$.

Câu 3. Cho Parabol $(P): y = -x^2$ và $(d): y = 3x - 4$. Gọi $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ là tọa độ giao điểm của (P) và (d) . Giá trị của biểu thức $H = x_A^2 + x_B^2 - y_A y_B$ là:

- A. $H = -5$. B. $H = 3$. C. $H = 0$. D. $H = 1$.

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A với các cạnh $BC = 13$ và $AC = 12$. Gọi r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Giá trị của r bằng?

- A. $r = \frac{3}{2}$. B. $r = 2$. C. $r = 4$. D. $r = \frac{13}{2}$.

Câu 5. Biểu thức $\sqrt{6 - 4(\sqrt{6} - 2)}$ bằng:

- A. $\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3} - \sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2} - \sqrt{6}$.

Câu 6. Biết phương trình $-x^2 + 3x + m^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là:

- A. $3 - 2m$. B. $|2m - 3|$. C. $2m + 3$. D. $|2m - 3|$.

Lưu ý: Đáp án B và D trong ảnh giống nhau, mình giữ nguyên giá trị đúng.

Câu 7. Tam giác ABC vuông cân tại A có diện tích bằng 4. Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng:

- A. 4π . B. 3π . C. 2π . D. π .

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(-2; -5)$. Giá trị của $a + b$ là:

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 9. Cho hình thang cân $ABCD$ có $AB \parallel CD$ và $AC \perp BD$. Biết $AB + CD = 10$. Tính diện tích hình thang.

- A. 15. B. 20. C. 25. D. 30.

Câu 10. Bạn Võ có 3 chiếc áo màu Xanh, Đỏ, Vàng. Tùng cũng có 3 chiếc áo màu Xanh, Đỏ, Vàng và một số màu khác. 2 bạn hẹn nhau đi câu cá. Biết rằng xác suất của biến cố "2 bạn mặc cùng 1 màu áo" là $0,2$. Hãy tính số áo của bạn Tùng

- A. 5. B. 10. C. 12. D. 15.

B. PHẦN TỰ LUẬN (8 ĐIỂM)

Bài 1 (1,5 điểm).

- a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-7}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $A \leq -2$.
- b) Giải phương trình $(x+1)\sqrt{x^2-4x+1} = x^2+3x+2$.

Bài 2 (1,5 điểm).

- a) Một tam giác cân có chu vi bằng 16 và tang của góc đáy bằng $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. Tính độ dài các cạnh của tam giác cân đó.
- b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (x+2y-2)(\sqrt{x}+\sqrt{y}-2) = 0 \\ \sqrt{x+3} + \sqrt{y+3} = 4 \end{cases}$

Bài 3 (1 điểm). Cho phương trình $(\sqrt{x}-1)(x^2+2(m+1)x-m-3) = 0$. (m là tham số)

- a) Giải phương trình khi $m = 2$.
- b) Tìm m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3} = 1 + 2\sqrt{2}$

Bài 4 (1 điểm). Mỗi tổ A và B được phân công xếp 2400 con hạt giấy để sử dụng cho Lễ Hội Mừng Xuân 2015. Theo dự định thì tổ A sẽ xếp chậm hơn tổ B là 4 ngày. Tuy nhiên, sau khi xếp được 10 ngày thì 4 bạn của tổ B được phân công làm việc khác nên tổ B hoàn thành công việc chậm hơn tổ A là 1 ngày. Biết rằng mỗi ngày 1 bạn xếp được 10 con hạt giấy. Tính số lượng học sinh của mỗi tổ.

Bài 5 (2 điểm). Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $\widehat{ABC} = 45^\circ$ nội tiếp đường tròn tâm O , cho $AC = a\sqrt{2}$. Các đường cao AN , BP và CQ của tam giác ABC cắt nhau tại H (P thuộc AC , Q thuộc AB và N thuộc BC).

- a) Tính bán kính đường tròn (O) theo a và tính độ dài BC .
- b) Chứng minh 5 điểm A, Q, C, O, N cùng thuộc một đường tròn và tính \widehat{NQO} .
- c) HB, HC cắt (O) tại E và F . Chứng minh $OEHF$ nội tiếp và tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tứ giác.

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 23

Phần Trắc nghiệm

1. D 2. C 3. A 4. D 5. C 6. B 7. A 8. B 9. C 10. B

Phần Tự luận

Bài 1.

a) Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}-7}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{\sqrt{x}-7 - (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) + (2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-7-x+9+2x-3\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

Điều kiện $x \geq 0, x \neq 4, 9$.

Ta có:

$$\begin{aligned} A \leq -2 &\Leftrightarrow \frac{3(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}-3} \leq 0 \\ &\Leftrightarrow 2 < \sqrt{x} < 3 \\ &\Leftrightarrow 4 < x < 9 \end{aligned}$$

Mà x nguyên nên $x \in \{5, 6, 7, 8\}$.

b) Điều kiện $x^2 - 4x + 1 \geq 0$.

Ta có:

$$\begin{aligned} (x+1)\sqrt{x^2-4x+1} &= x^2+3x+2 \\ &\Leftrightarrow (x+1)(\sqrt{x^2-4x+1}-x-2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{x^2-4x+1}=x+2 \end{cases} \end{aligned}$$

Với $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ (n)

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2-4x+1} &= x+2 \Leftrightarrow x^2-4x+1 = x^2+4x+4 \quad (x \geq -2) \\ \text{Với} & \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{3}{8} \quad (n) \end{aligned}$$

Vậy pt có hai nghiệm $x=1, x=-\frac{3}{8}$

Bài 2.

- a) Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao AH . Đặt $BH = x$, ta có $\frac{AH}{BH} = \operatorname{tg}\widehat{ABC} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$, suy ra $AH = 2x\sqrt{2}$, suy ra $AB = 3x$.

Khi đó $AB + BC + AC = 3x + 3x + 2x = 8x = 16$, suy ra $x = 2$.

Vậy độ dài các cạnh của tam giác cân là 6, 6, 4.

$$\text{b) } (x + 2y - 3)(\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{24}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

Với $x + 2y - 3 = 0$ ta có $x = 2 - 2y$, thế vào pt (2) ta được:

$$\sqrt{5 - 2y} + \sqrt{y + 3} = 4$$

$$\Leftrightarrow 5 - 2y + y + 3 + 2\sqrt{-2y^2 - y + 15} = 16$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{15 - y - 2y^2} = 8 + y$$

$$\Leftrightarrow 4(15 - y - 2y^2) = y^2 + 16y + 64$$

$$\Leftrightarrow 9y^2 + 20y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = -2(L), y = y = -\frac{2}{9}(L) (VN)$$

Với $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$, ta có hệ:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2 \\ \sqrt{x+3} + \sqrt{y+3} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 2\sqrt{xy} = 4 \\ x + y + 2\sqrt{xy + 3(x+y) + 9} = 10 \end{cases}$$

Đặt $u = x + y, v = \sqrt{xy}$

Ta có

$$\begin{cases} u + 2v = 4 \\ u + 2\sqrt{v^2 + 3u + 9} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 4 - 2v \\ 2\sqrt{v^2 + 3(4 - 2v) + 9} = 2v + 6(*) \end{cases}$$

$$(*) : \sqrt{v^2 - 6v + 21} = 3 + v$$

$$\Leftrightarrow v^2 - 6v + 21 = v^2 + 6v + 9$$

$$v = 1 \Rightarrow u = 2$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Bài 3.

- a) Điều kiện $x \geq 0$.

Khi $m = 2$, ta có phương trình:

$$(\sqrt{x}-1)(x^2+6x-5)=0(0,25d)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=1 \\ x^2+6x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1(n) \\ x=-3+\sqrt{14}(n) \\ x=-3-\sqrt{14}(l) \end{cases}$$

b) Phương trình có một nghiệm bằng 1, giả sử đó là x_1 . Khi đó x_2, x_3 là nghiệm của phương trình $x^2+2(m+1)x-m-3=0(2)$.

Do đó phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt dương khác 1, tương đương:

$$\begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 + m + 3 > 0 \\ S = -2(m+1) > 0 \\ P = -m - 3 > 0 \\ 1 + 2(m+1) - m - 3 \neq 0 \end{cases} (*)$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3} &= 1 + 2\sqrt{2} \\ \sqrt{x_2} + \sqrt{x_3} &= 2\sqrt{2} \\ \Leftrightarrow x_2 + x_3 + 2\sqrt{x_2x_3} &= 8(0,25) \\ \Leftrightarrow -2(m+1) + 2\sqrt{-m-3} &= 8 \\ \Leftrightarrow \sqrt{-m-3} &= 5+m \\ \Leftrightarrow m^2 + 11m + 28 &= 0(m \geq -5) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = -7(l) \\ m = -4(n) \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 4. Gọi số học sinh tổ A là x , số học sinh tổ B là y .

Thời gian tổ A làm xong hạt là $\frac{2400}{10x} = \frac{240}{x}$ ngày.

Thời gian tổ B làm xong công việc theo dự định là $\frac{240}{y}$.

Thời gian tổ B làm xong công việc theo thực tế: $10 + \frac{2400-100y}{10(y-4)} = 10 + \frac{240-10y}{y-4}$

Theo đề bài ta có $\frac{240-10y}{y-4} + 10 = \frac{240}{x} + 1 = \frac{240}{y} + 5$.

Giải ra được $y = 12, x = 10$.

Bài 5.

a) Ta có $\widehat{AOC} = 2\widehat{ABC} = 90^\circ$. Suy ra tam giác OAC vuông cân, suy ra $OA = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.

Tam giác ABC tù, suy ra $\widehat{BOC} = \frac{1}{2}(360^\circ - 2\widehat{BAC}) = 120^\circ$. Từ đó tính được $BC = a\sqrt{3}$.

b) Ta có $\widehat{ANC} = \widehat{AOC} = \widehat{AQC} = 90^\circ$ nên 5 điểm A, Q, C, O, N cùng thuộc đường tròn đường kính AC , nên bán kính bằng $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

Ta có $\widehat{NQO} = \widehat{NCO} = 30^\circ$.

c) Ta có $\widehat{BHC} = 180^\circ - \widehat{PAQ} = 60^\circ$.

Suy ra $\widehat{BHC} + \widehat{BOC} = 180^\circ$. Suy ra $HBOC$ nội tiếp. . Suy ra $\widehat{OBE} = \widehat{OCF}$.

Mặt khác các tam giác OEB, OCF cân tại O nên $\widehat{OEB} = \widehat{OBE} = \widehat{OCF} = \widehat{OFC}$. Suy ra $HEOF$ nội tiếp.

Ta có $\widehat{HCO} = \widehat{HCB} + \widehat{BCO} = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$. Suy ra $\widehat{COF} = 30^\circ$, suy ra $\widehat{AOF} = 60^\circ$. Do đó tam giác AOF đều, suy ra $AO = AF$.

Hơn nữa $\widehat{AFH} = \widehat{ABC} = 45^\circ = \widehat{AHF}$. Suy ra AFH cân tại A , suy ra $AH = AF$.

Vậy $AH = AF = AO$ nên A là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $HEOF$, bán kính bằng $AO = a$.

